

- [8] DONSKER, M. D., VARADHAN, S. R. S.: *Large deviations for stationary Gaussian processes*. Commun. Math. Phys. 97 (1985), 187–210.
- [9] DONSKER, M. D., VARADHAN, S. R. S.: *Large deviations for noninteracting infinite-particle systems*. J. Stat. Phys. 46 (1987), 1195–1232.
- [10] DONSKER, M. D., VARADHAN, S. R. S.: *Large deviations from hydrodynamic scaling limit*. Commun. Pure Appl. Math. 42 (1989), 243–270.
- [11] ITO, K.: *On stochastic differential equations*. Mem. Amer. Math. Soc. 4 (1951), 51.
- [12] NAVARA, M.: *Pravděpodobnost a matematická statistika*. Skripta FEL ČVUT, Praha 2007.
- [13] REKTORYS, K., a kol.: *Přehled užití matematiky II*. Prometheus, Praha 1995.
- [14] SAXL, I.: *Pravděpodobnost ve starověku a středověku*. Výuka statistiky v České republice II (eds. ANTOCH, J., DOHNAL, G., ŠTĚPÁN, J.), Česká statistická společnost, Praha 2004, 87–106.
- [15] STROOCK, D. W., VARADHAN, S. R. S.: *Diffusion processes with continuous coefficients, Part I*. Commun. Pure Appl. Math. 22 (1969), 345–400.
- [16] STROOCK, D. W., VARADHAN, S. R. S.: *Diffusion processes with continuous coefficients, Part II*. Commun. Pure Appl. Math. 22 (1969), 479–530.
- [17] ŠOFR, B.: *Populárne o počte pravdepodobnosti*. SVTL, Bratislava 1967.
- [18] ŠOLCOVÁ, A.: *Fermatův odkaz*. Cahiers du CEFRES 28 (2002), 173–202.
- [19] VARADHAN, S. R. S., STROOCK, D. W.: *Multidimensional diffusion processes*. Springer, New York 1979, 1997, 2006.
- [20] <http://www.noramb.cz/education/research/abelaward2007.htm>

Měření horizontálních rychlostí ve sluneční fotosféře metodou LCT

Michal Švanda, Praha

1. Nesnáze měření rychlostí na Slunci

Sluneční fyzika moderní doby je disciplínou detailních studií. Už dávno nestačí pouhé počítání skvrn. Nepostačuje ani pozorování s nízkým nebo středním rozlišením, tradiční to náplň mnoha slunečních observatoří, přestože takové datové řady stále plní přinejmenším doplňující funkci. Moderní sluneční přístroje mají za cíl pořizovat homogenní materiál s velkým prostorovým a časovým rozlišením. Přístroje umožňují

Mgr. MICHAL ŠVANDA, Ph.D. (1980), Astronomický ústav Akademie věd ČR, v. v. i., Fričova 298, 251 65 Ondřejov; Astronomický ústav Univerzity Karlovy, Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy, V Holešovičkách 2, 182 00 Praha 8, e-mail: michal@astronomie.cz

pořizovat mapy v různých oblastech elektromagnetického spektra, které zobrazují různé jevy sluneční aktivity.

Rok 2007 byl prohlášen *Mezinárodním heliofyzikálním rokem (IHY)*, čímž navázal na tradici Geofyzikálního roku, konaného před padesáti lety. Přestože je hlavním cílem IHY podpořit mezioborovou spolupráci mezi astronomy, geofyziky a meteorology, v Čechách se aktivity soustřeďují na popularizaci vztahů Země–Slunce, neboť popisovaná spolupráce je v tomto tématu u nás zcela běžná. Ostatně právě sluneční fyzika běžně využívá metod z jiných disciplín, vzpomeňme *helioseismologii* využívající a rozvíjející poznatky hromaděné po desetiletí geofyziky. V poslední době dochází k „asimilaci“ předpovědních metod používaných v meteorologii, které se budou využívat pro detailnější předpovědi sluneční aktivity.

Slunce je dynamické těleso, takže statický obraz už v mnoha směrech nestačí. Měřit přímo pohyb hmoty na Slunci nebo uvnitř Slunce má však různá omezení. Jediné přímé měření poskytuje pouze složku ve směru k pozorovateli v_{los} a lze ji vypočítat na základě změřeného posunu $\Delta\lambda$ spektrální čáry λ_0 Dopplerovým jevem

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v_{\text{los}}}{c},$$

kde c je rychlost světla.

To bohužel na podrobné studie nestačí. Přesto bylo pozorováním pouze dopplerovské složky rychlosti učiněno mnoho objevů. Stačí např. zmínit objev supergranulace, obrovských konvektivních buněk s rozměry kolem 30 Mm, které byly nejprve nalezeny jako pravidelné fluktuace v průběhu dopplerovské rychlosti od jednoho okraje disku k druhému [1]. Potvrzeny byly jako polopravidelný vzor v mapách dopplerovské složky rychlosti na téměř celém disku [2].

Mnohem progresivnější metodou k měření rychlosti plazmatu je lokální helioseismologie. Ta je postavena na sledování šíření zvukových vln obálkou slunečního nitra. Projevy těchto vln ve fotosféře jsou přímo měřeny a analyzovány pomocí inverzních metod, které v sobě mají zakomponovaný co možná nejpresnější sluneční model, jenž umožňuje teoreticky propočítat šíření spektra zvukových vln nitrem. Podstatou inverzní metody je porovnání modifikovaného slunečního modelu, který v sobě obsahuje takové podrobnosti, jakými jsou např. magnetické nebo námi studované rychlostní pole, s reálným měřením a hledání nejlepší shody. Ta vede k určení poruch vůči standardnímu slunečnímu modelu, v našem případě celého vektoru pohybu hmoty ve studované vrstvě sluneční obálky. Výběrem různých modů zvukových vln lze dokonce provádět hloubkovou sondáž. Musíme však podotknout, že s hloubkou podstatně klesá přesnost. Metoda je v intenzivním rozvoji a studie poslední doby ukazují, že je založena na rozumných základech a předpokladech. Bohužel lokální helioseismologie je velmi závislá na kvalitě pozorovaných dat, přičemž dat opravdu vhodných je pohříchu málo. To se ale bude zlepšovat s vývojem nových přístrojů a zejména s rozvojem kosmických experimentů.

Dvě komponenty vektoru rychlosti poskytují metody vybudované na sledování objektů v obrázkových sekvencích. Tyto metody jsou založeny na hledání shody ve dvou po sobě v čase následujících obrazech zachycujících prostorově stejné místo

na disku. Pokud se struktura v nich zobrazená v obraze posune, je tento posun vyhodnocen a interpretován jako pohyb s rychlostí, jež je jednoduše dána podílem tohoto posunu a času, který oba snímky dělí. Je asi jasné, že sledovaná struktura nesmí během této doby nijak výrazně změnit svůj tvar nebo velikost, jinak budou tyto změny vyhodnoceny jako falešný pohyb. Zrovna tak bude jako falešný pohyb vyhodnocena např. cestující vlna podobná těm, které se pohybují po hladině moře. Zde jsme narazili na problém, který se prolíná celou disciplínou. Pohyby struktur, např. konvektivních buněk, jsou složitou kombinací vlastních pohybů hmoty a plazmových vln nejrůznějších typů. Rozlišit od sebe oba typy pohybů z jednoho pozorování nelze a přesto je tato znalost nutnou podmínkou pro další studie. Naštěstí lze pozorovaná data za určitých podmínek upravit tak, že jsou z nich vlny buď úplně odstraněny, nebo alespoň potlačeny na zanedbatelnou míru. Nelze to však udělat vždy, a tak se v mnoha případech musíme smířit s tím, že oba efekty od sebe oddělit nedovedeme a studujeme jejich současný projev.

Trasovací metody mají za sebou dlouhou historii. Již v sedmnáctém století byla ze sekvence pozorování slunečních skvrn odhadnuta perioda sluneční rotace, což dovedl k dokonalosti systematickým pozorováním v polovině století devatenáctého nadšený pozorovatel Richard Carrington. Ten nejenže využil sérii pozorování fotosféry ke změření periody sluneční rotace, ale na základě toho určil i orientaci sluneční rotační osy v prostoru a též si všiml, že sluneční fotosféra nerotuje jako tuhé těleso. Sluneční povrch rotuje diferenciálně, s rychlejší rotací na rovníku a pomalejší u pólů, přičemž původní Carringtonova [3] závislost úhlové rotační rychlosti ω na heliografické šířce b ve tvaru

$$\omega = \bar{A} + \bar{B} \sin^{7/4} b \quad (2)$$

se postupem času transformovala do závislosti používané z historických důvodů ve formě

$$\omega = A + B \sin^2 b + C \sin^4 b. \quad (3)$$

Hodnoty jednotlivých parametrů se pohybují v rozmezí $A = 12$ až 15 , $B = -1.5$ až -2.5 a $C = -0.5$ až -3 stupně za den, výsledky silně závisí na zvolené metodice. Popis diferenciální rotace parabolou je nedostatečný, zejména kvůli korelacím mezi koeficienty B a C , neboť zvolená báze sudých mocnin sinu heliografické šířky není ortogonální.

Mezi metody využívající sledování struktur patří ve sluneční fyzice často používaná *local correlation tracking*, metoda vyvinutá v osmdesátých letech původně pro odstraňování poruch obrazu způsobených turbulencí, tzv. seeingem, v zemské atmosféře v sekvenci pozorování jedné oblasti sluneční atmosféry. Motivace pro vznik metody spočívá právě v možnosti potlačit vliv seeingu, zejména v pozorování s vysokým prostorovým rozlišením. Zemská atmosféra je v těchto případech limitujícím faktorem pro pozorování získaná kamerami s nižší citlivostí, a tudíž nutně s delší (např. sekundovou) expoziční dobou. Kratší expozice umožňují seeing „zmrazit“, avšak kvůli citlivosti kamer neposkytuje dostatečně vysoký poměr signálu k šumu. Klasickou metodou, jak vyřešit naposledy zmíněný problém, je sečíst snímky pořízené kratší expozicí. Protože jsou však struktury (např. granule) v jednotlivých snímcích expozice vůči

sobě posunuty působením seeingu, je třeba tyto deformace obrazu detekovat a před následným sečtením odstranit.

Problémem se zabýval Laurence November, jenž publikoval výsledky svého bádání v únorovém vydání časopisu *Applied Optics* v roce 1986 [4], kde navrhl rychlý algoritmus umožňující výpočet dvourozměrného pole posunů jednotlivých elementů obrazu (dnes bychom řekli pixelů) a popisující deformaci jednoho snímku sekvence vůči snímku následujícímu. Robustnosti tohoto algoritmu je dosaženo použitím váhovaného plovoucího okna, čímž se minimalizují numerické efekty a vliv obrazových elementů prostorově vzdálenějších od toho studovaného. Metoda byla poprvé aplikována na několikahodinovou sekvenci pozorování sluneční granulace získanou na sluneční observatoři na vrcholu Sacramento Peak v Novém Mexiku v USA. Po dalším zpracování dosáhl November překvapivých výsledků.

2. Algoritmus výpočtu mapy posunů

Nechť $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2)$ je funkcí polohy $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ definované tak, že křížová korelace mezi dvěma obrazy $r(\mathbf{x})$ a $j[\mathbf{x} - \Delta(\mathbf{x})]$ je v každém okolí \mathbf{x} maximální. Křížová korelace je definována pomocí nějaké prostorové váhovací funkce $W(\xi)$, která největší váhu přiděluje těsnému okolí (tedy pro $|\xi|$ malé) a malou váhu vzdáleným bodům (pro $|\xi|$ velké). Tyto účely perfektně plní například dvojrozměrný gausián. Rovnice pro křížovou korelaci $C(\delta, \mathbf{x})$, tj. funkce vektoru posunu obrazu δ a centrální pozice v okně \mathbf{x} , je dána

$$C(\delta, \mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} j(\xi) \cdot r(\xi + \delta) \cdot W(\mathbf{x} - \xi) d\xi. \quad (4)$$

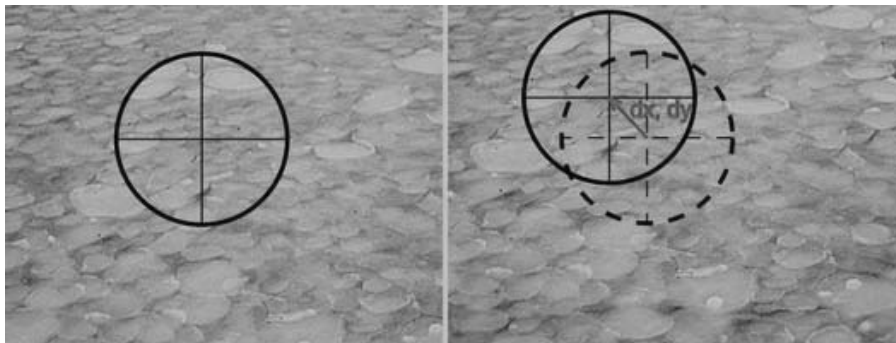
Mapa vektorů posunů $\Delta(\mathbf{x})$ je pak definována pomocí $\delta(\mathbf{x})$, pro něž má funkce $C(\delta)$ maximum pro každou hodnotu \mathbf{x} . Čili pokud platí

$$\left(\frac{\partial C(\delta, \mathbf{x})}{\partial \delta_i} \right)_{\Delta_i} = 0. \quad (5)$$

Dvourozměrnou křížovou korelaci nelze obecně matematicky zjednodušit a urychlit tak výpočet. Problém však lze zjednodušit díky hladkosti váhované křížové korelace ještě podpořené předpokladem, že velikosti jednotlivých prvků matice Δ jsou malé ve srovnání s velikostí struktur, na jejichž základě je křížová korelace vyhodnocována. Rovnici (4) pro křížovou korelaci lze proto přepsat do diskrétní formy s konvolucí

$$C(\delta, \mathbf{x}) = [j(\mathbf{x}) \cdot r(\mathbf{x} + \delta)] * W(\mathbf{x}). \quad (6)$$

To znamená, že křížovou korelaci lze vyhodnotit pouze v konečném počtu bodů, což je aproximace postačující k libovolně přesnému určení hodnot matice Δ . V nejjednodušším případě tak stačí vyhodnocení pro tři body $d_i = 0, \pm d$ v každé dimenzi i , přičemž odpovídající posun maximalizující C lze vypočítat z proložení parabolou.



Obr. 1. Schéma funkce metody LCT pro pár snímků zachycujících vzájemně posunuté struktury. Kružnice označují oblasti s nalezenou nejlepší shodou — rozdíl jejich poloh odpovídá posunu, a tedy rychlosti.

Označíme-li tedy $C_- = C(-d)$, $C_0 = C(0)$, $C_+ = C(+d)$, pak odpovídající posun $d_i = \Delta_i$ nabývá obecně reálných hodnot podle vzorce

$$\Delta_i = \frac{d}{2} \frac{C_- - C_+}{C_- + C_+ - 2C_0}. \quad (7)$$

Naznačený postup již dává prostor k vhodné numerické implementaci umožňující minimalizaci nutných operací, a tak rychlý běh programu.

Již o dva roky později se v *The Astrophysical Journal* objevil článek podepsaný opět Larrym Novemberem ve spolupráci s Georgem Simonem [5]. V něm popisují aplikaci stejné metody na sekvenci snímků granule s již odstraněnými deformacemi způsobenými seeingem vedoucí k výpočtu vlastního rychlostního pole unášejícího jednotlivé granule. A měli úspěch. Od té doby byla metoda použita pro analýzu nepřeborného množství sekvencí. Postupem času se měnily nejen implementace algoritmu vyznačující se vyšším výkonem i spolehlivostí, ale i její název. Z původního *spatially localized cross-correlation* (volně přeloženo prostorově lokalizovaná křížová korelace) přes *local cross-correlation* (lokální křížová korelace) až po dnes rozšířený termín *local correlation tracking* (sledování [struktur] pomocí lokální korelace) se zkratkou LCT.

3. Aplikace

V průběhu let byla metoda použita k analýze mnoha datových sekvencí získaných nejrůznějšími přístroji na Zemi i ve vesmíru. Pokud měla její aplikace úspěch, vždy to znamenalo splnění dvou předpokladů: životní doba sledovaných struktur musí být výrazně delší než odstup mezi korelovanými snímky, tudíž nesmí dojít k výrazné změně tvaru a topologie sledovaných struktur, a pak charakteristická velikost váhovacího okna (např. pološířka použitého gausiánu) musí být větší než charakteristická velikost sledované struktury. Doplňující předpoklad byl zmíněn již v popisu metody, tedy očekávané pohyby musí být významně menší než charakteristická velikost trasovaných objektů. Pak metoda pracuje obvykle spolehlivě. Společným jmenovatelem všech testů

spolehlivosti je konstatování, že díky zhlazování váhovacím oknem jsou výsledky, co se týče velikosti vypočtených rychlostních vektorů, systematicky podceněné, a to o deset až třicet procent. Pro konkrétní použití musí být tato systematická chyba stanovena nezávisle.

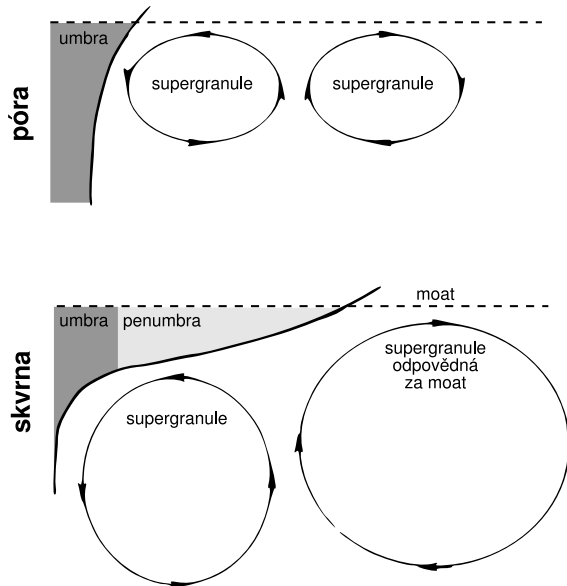
O použití na mnohahodinové sekvence pozorování slunečních granul již řeč byla. Analýzy tohoto typu dnes patří mezi standardní procedury zpracování sekvence snímků s vysokým rozlišením. Taková pozorování byla až donedávna dostupná pouze z pozemských observatoří vybavených adaptivní optikou a postavených na místech s vynikajícími pozorovacími podmínkami. Takovým místem jsou např. Kanárské ostrovy, zejména pak vrcholové partie ostrovů Tenerife a La Palma. Tyto pozemní observatoře však nepracují rutinně. O pozorovací čas pro specifický program je třeba žádat, a proto data vhodná pro analýzu s pomocí LCT nejsou k dispozici kdykoli.

Situace se trochu změnila vypuštěním kosmických observatoří pracujících rutinně. TRACE (Transition Region And Coronal Explorer), přístroj MDI (Michelson Doppler Imager) na observatoři SoHO (Solar and Heliospheric Observatory) a nově i japonská Hinode (což není akronym, ale japonské slovo přeložitelné jako „východ Slunce“) s přístrojem SOT (Solar Optical Telescope) poskytují rutinní datové sekvence vhodné pro výpočet horizontálních pohybů.

Sluneční granule, konvektivní buňky s charakteristickým rozměrem 1 Mm a životní dobou mezi třemi a sedmnácti minutami, jsou objekty, které se opravdu dobře sledují a poskytují spolehlivé informace o rychlostním poli, které je unáší. Zářným příkladem je odnos granul v rámci větších struktur konvektivního typu, jakými jsou mesogranule (s typickým rozměrem 6 Mm, které jsou formovány zvláštním typem „explodujících“ granul) nebo supergranule, a to rychlostí několika stovek metrů za sekundu. Supergranule jsou též buňky konvektivního charakteru s typickým rozměrem 30 Mm a životní dobou 24 hodin, které pokrývají prakticky celý sluneční povrch. Granule na jejich okrajích koncentrují magnetická pole, což jsou obecně místa, v nichž se formují výraznější známé útvary vyskytující se ve fotosféře — póry nebo sluneční skvrny.

4. Pohyby ve slunečních skvrnách

Sluneční skvrny jsou nejznámějším projevem sluneční aktivity. Jsou důsledkem existence lokálních magnetických polí. Vyvinuté sluneční skvrny mají dvě i v amatérských podmínkách rozlišitelné části — tmavou umbru a světlejší penumbru, která umbru obklopuje. Vznik a vývoj slunečních skvrn je dobře popsán morfologicky, z hlediska fyzikálních procesů však ve sluneční komunitě rozhodně nevládne jednota. Obecně se soudí, že magnetické pole je udržováno koncentrované dvěma supergranulárními konvektivními buňkami „protáčeji“ se proti sobě (viz obr. 2). Tyto buňky jsou ve fotosféře zcela překryty umbrou a penumbrou skvrny. Sousední konvektivní buňky, které se „otáčejí“ opět v opačném smyslu, se projevují oblastí, v níž se granule pohybují výhradně směrem od skvrny. Tato oblast se nazývá moat [6] a její existence byla prokázána právě s pomocí metody LCT (viz poslední studie [7]).



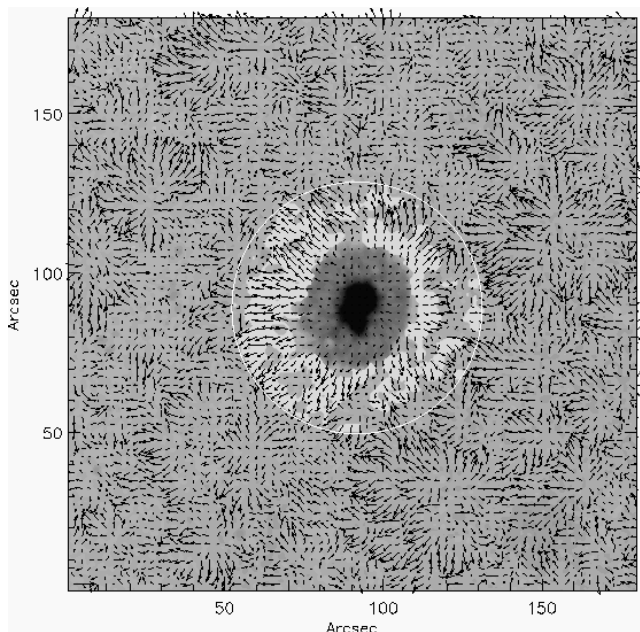
Obr. 2. Rozdíl mezi pórou a sluneční skvrnou z hlediska morfologie okololežících konvektivních buněk. Plnohodnotnou skvrnu od póry odlišuje penumbra, jejíž formování zůstává i nadále záhadou.

S výjimkou umbry, penumbry a moatu ukázala pozorování s vysokým rozlišením jemné struktury, které jsou zřejmě důsledkem fyzikálních procesů vedoucích ke vzniku a vývoji skvrny. Penumbra je složena z vláknitých struktur, penumbrálních zrn, které se typicky pohybují v rámci penumbry v radiálním směru, a to ve vnější penumbře směrem ven ze skvrny a ve vnitřní do umbry. Zatímco ven se pohybující penumbrální zrno se může v oblasti moatu přeměnit v granuli, penumbrální zrno z vnitřní penumbry může překročit hranici umbry a změnit se v další jemnou strukturu — v umbrální bod. Ty jsou popisovány jako jasnější (a tedy teplejší) útvary s charakteristickou velikostí kolem 100 km, prakticky chaoticky se pohybující umbrou. Chování samo o sobě naznačuje, že všechny tyto struktury jsou jakousi degenerovanou formou granulí morfologických ovlivněných silným magnetickým polem.

Studie prováděné nejen s pomocí LCT přidávají další dílky do skládačky, která společně s numerickým modelováním vede k pochopení toho, co vlastně sluneční skvrny ve své podstatě jsou.

5. Velkorozměrové pohyby

Nejen pozorování s vysokým rozlišením jsou používána pro analýzu horizontálních pohybů, i když jde zřejmě o nejčastější aplikaci. Pozorování s vysokým rozlišením trpí nevýhodou malého zorného pole (typicky 100 Mm), a tak nepostihují dění na všech prostorových škálách. Pro popis velkorozměrových rychlostních polí, tedy takových, jejichž charakteristická vzdálenost, na níž dojde k nějaké změně, je nejméně několik



Obr. 3. Pohyby granulí v okolí sluneční skvrny. Světlým pozadím je odlišen *moat*. „Rozetkové“ útvary v okolí skvrny s rozměrem kolem $50''$ jsou jednotlivé supergranule. Převzato z [7].

desítek megametřů, však nejsou pozorovány s vysokým rozlišením zapotřebí. Naopak, chaotické lokální rychlosti s amplitudou až kilometr za sekundu působí jako šum. Pro takové studie je zcela dostačující homogenní materiál získaný s nízkým nebo středním rozlišením.

Vhodný materiál poskytují jak kosmické, tak pozemské experimenty. Systematická pozorování celodiskových magnetických polí např. na observatořích ve Spojených státech (National Solar Observatory na hoře Kitt Peak nebo Wilcox Solar Observatory v Kalifornii) poskytují synoptické mapy fotosférických magnetických polí s nízkým nebo středním rozlišením. Mapy pořízené s odstupem jedné sluneční otočky lze použít jako vstupní data pro LCT program a získat tak informaci o pohybech magnetických elementů (k dalšímu studiu tohoto tématu např. [8]). Je třeba mít na paměti, že vypočtené posuny struktur jsou kombinací mnoha efektů, přičemž vlastní rychlostní pole transportující magnetické elementy je jen jednou ze složek, kterou je velmi obtížné oddělit od turbulentní difúze magnetického pole.

Samotné supergranule mohou být použity jako objekty, které jsou unášeny požadovým velkorozměrovým rychlostním polem. Protože teplotní kontrast v supergranuli od středu k okraji je velmi malý, zřejmě jen několik málo Kelvinů, nejsou supergranule na rozdíl od granulí pozorovatelné v integrálním „bílém“ světle. Granule jsou v rámci supergranulí unášeny směrem k jejich okrajům poměrně rychle, takže jsou pozorovatelné v dopplergramech, tj. mapách, v nichž je v každém bodě zaznamenána rychlost plazmatu promítnutá do směru k pozorovateli měřená na základě Dopplerova jevu. Taková pozorování např. přístroj MDI pořizuje v období Dynamických kampaní

každou minutu. Posléze jsou vhodným zdrojem pro analýzu s pomocí LCT (viz např. [9]).

Velkorozměrová rychlostní pole se projevují již popsanou diferenciální rotací, která prostupuje celou konvektivní zónou, ale i pomalým meridionálním tokem, který rychlostí 10 až 20 m/s unáší magnetické pole od rovníku směrem k pólům a zdá se být důležitým jevem ovlivňujícím celý sluneční magnetický cyklus. I ve velkorozměrových polích zůstávají ne zcela pochopené jevy. Mezi ně patří zejména torzní oscilace, pásy rychlejší (o cca 5 až 10 m/s) rotace, jež se stěhují v průběhu cyklu směrem ke slunečnímu rovníku spolu s pásy, v nichž se vyskytují sluneční skvrny. Potvrzeny stále nebyly obří konvektivní buňky, příznaky globální konvekce s očekávanými rozměry kolem 100 Mm a životní dobou přibližně týden.

S rostoucím objemem zejména homogenních dvourozměrných pozorování nejen sluneční fotosféry roste též potenciální využití metody LCT. Nechme se tedy překvapit, jaké zásadní objevy ve sluneční fyzice i dalších odvětvích přinese tento přístup do budoucna.

L i t e r a t u r a

- [1] HART, A. B.: *Motions in the Sun at the photospheric level. VI. Large-scale motions in the equatorial region.* MNRAS 116 (1956), 38–55.
- [2] LEIGHTON, R. B., NOYES, R. W., SIMON, G. W.: *Velocity fields in the solar atmosphere. I. Preliminary report.* Astrophys. J. 135 (1962), 474–499.
- [3] CARRINGTON, R.: *On certain phenomena in the motions of solar spots.* MNRAS 19 (1859), 81–84.
- [4] NOVEMBER, L. J.: *Measurement of geometric distortion in a turbulent atmosphere.* Appl. Optics 25 (1986), 392–397.
- [5] NOVEMBER, L. J., SIMON, G. W.: *Precise proper-motion measurement of solar granulation.* Astrophys. J. 333 (1988), 427–442.
- [6] SHEELEY, N. R.: *The evolution of the photospheric network.* Sol. Phys. 9 (1969), 347 až 357.
- [7] SOBOTKA, M., ROUDIER, TH.: *Properties of sunspot moats derived from horizontal motions.* Astron. Astrophys. 472 (2007), 277–282.
- [8] AMBROŽ, P.: *Large-scale transport of magnetic flux on the Sun.* Sol. Phys. 198 (2001), 253–277.
- [9] ŠVANDA, M., KLVAŇA, M., SOBOTKA, M.: *Large-scale horizontal flows in the solar photosphere. I. Method and tests on synthetic data.* Astron. Astrophys. 458 (2006), 301–306.